Stockholms matematiska cirkel
Datorernas matematik

www.math-stockholm.se/cirkel

16.00–16.15: Fika
16.15–17.15: Föreläsning om kapitel 3
17.15–17.30: Rast
17.30–18.00: Gästföreläsning

KTH VETENSKAP OCH KONST
STOCKHOLMS MATEMATIKCENTRUM
STOCKHOLMS UNIVERSITET

Lista på tryckfel i kompendiet finns på hemsidan:

www.math-stockholm.se/cirkel

- Nästa **övning** är **28 nov** i salarna **V21, V23**
- Nästa **föreläsning** är **12 dec** i sal **E1**

Förra gången

- Binära tal
- Hur heltal lagras i en dator

$$\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}_2$$

- Osignerade och signerade heltal

Dagens föreläsning

Kapitel 3 – Tal med decimaler

- Hur de lagras (avsnitt 3.1)
- Ekvationslösning (avsnitt 3.2–3.3)

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Exempel 3.0.1 – på datorn!

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Binärbråk – på tavlan!

Exempel 3.1.1

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Fixtal (fixed-point numbers)

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Fixtal (fixed-point numbers)

$$\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\,.\,\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}_{\,2}$$

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Fixtal (fixed-point numbers)

$$\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\,.\,\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}_{\,2}$$

Inte så flexibelt – används inte så ofta

Kapitel 3.1 – Binärbråk och flyttal

Fixtal (fixed-point numbers)

$$\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\,.\,\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}_{\,2}$$

Inte så flexibelt – används inte så ofta

Flyttal (floating-point numbers)

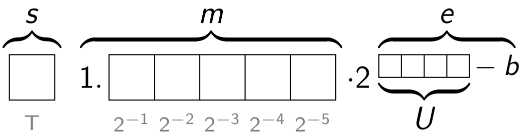
är på formen

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

Flyttal

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

- s kallas tecken och är $+1$ eller -1
- m kallas mantissa och uppfyller $1 \leq m < 2$
- e kallas exponent och är ett heltal



Flyttal

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

- s kallas tecken och är $+1$ eller -1
- m kallas mantissa och uppfyller $1 \leq m < 2$
- e kallas exponent och är ett heltal

Kan alla tal skrivas så här?

Flyttal

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

- s kallas tecken och är $+1$ eller -1
- m kallas mantissa och uppfyller $1 \leq m < 2$
- e kallas exponent och är ett heltal

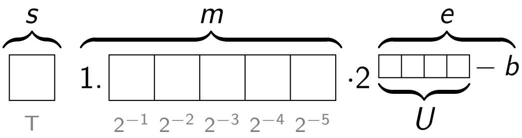
Kan alla tal skrivas så här?

Nej!

Flyttal

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

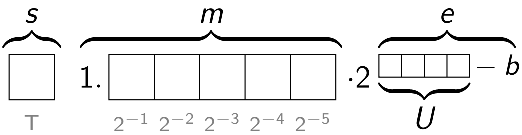
- s kallas tecken och är $+1$ eller -1
- m kallas mantissa och uppfyller $1 \leq m < 2$
- e kallas exponent och är ett heltal



Flyttal

$$s \cdot m \cdot 2^e$$

- s kallas tecken och är $+1$ eller -1
- m kallas mantissa och uppfyller $1 \leq m < 2$
- e kallas exponent och är ett heltal



Exempel – på tavlan

Definition 3.1.3

Definition 3.1.3:
Givet en flyttalstyp så definieras maskinepsilon $\varepsilon_{\mathsf{mach}}$ som

$$\varepsilon_{\mathsf{mach}} = s - 1,$$

där s är det minsta tal större än 1 som kan lagras med flyttalstypen.

Definition 3.1.3:
Givet en flyttalstyp så definieras maskinepsilon $\varepsilon_{\mathsf{mach}}$ som

$$\varepsilon_{\mathsf{mach}} = s - 1,$$

där s är det minsta tal större än 1 som kan lagras med flyttalstypen.

Sats 3.1.4:

Definition 3.1.3:
Givet en flyttalstyp så definieras maskinepsilon $\varepsilon_{\text{mach}}$ som

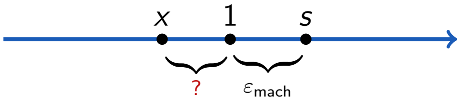
$$\varepsilon_{\text{mach}} = s - 1,$$

där s är det minsta tal större än 1 som kan lagras med flyttalstypen.

Sats 3.1.4: Om N_m bitar används för att lagra mantissan m så är maskinepsilon $\varepsilon_{\text{mach}} = 2^{-N_m}$.

Quiz: Flyttal

1. Vad blir 3/8 skrivet som ett binärbråk?
2. Vad blir 3/8 skrivet som ett flyttal?
   Hur många bitar behöver mantissan för att lagra det?
3. Hur långt är det mellan 1 och närmaste flyttal till vänster på tallinjen?



Kapitel 3.2 – Ekvationslösning med intervallhalvering

Exempel 3.2.1 – på tavlan

Sats 3.2.7:

$$|m_i - x| \leq \frac{L}{2^i}, \qquad i = 1, 2, \ldots$$

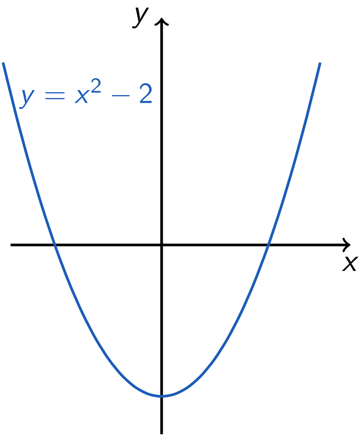
där

- m_i är intervallets mittpunkt i steg i
- x är det sanna nollstället
- L är det ursprungliga intervallets längd

Exempel 3.2.8:

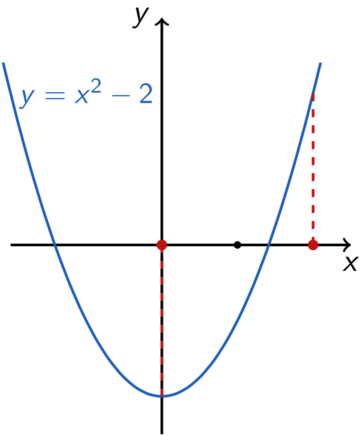
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i



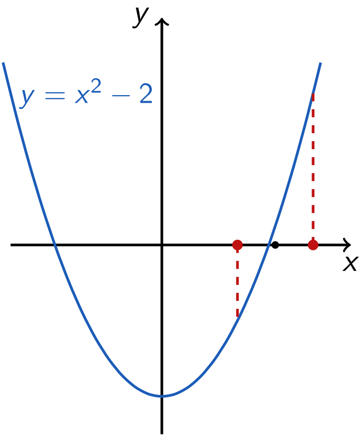
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2



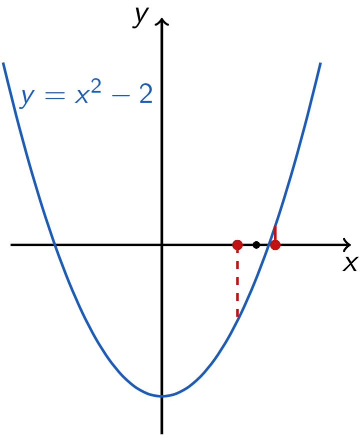
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2



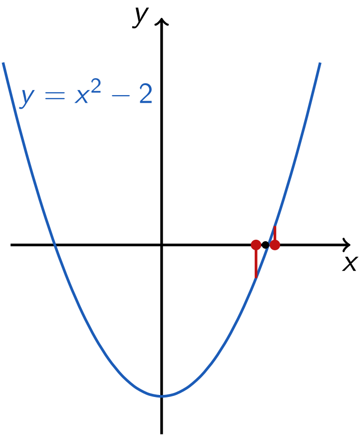
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5



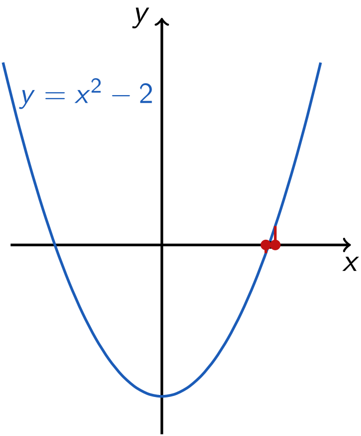
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5



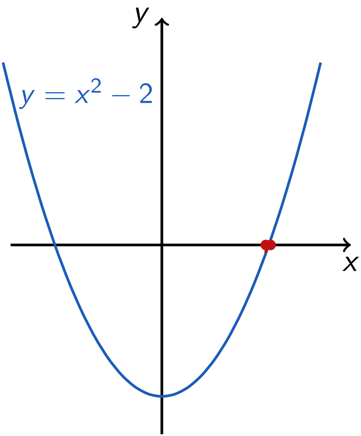
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5
5	1.375	1.5



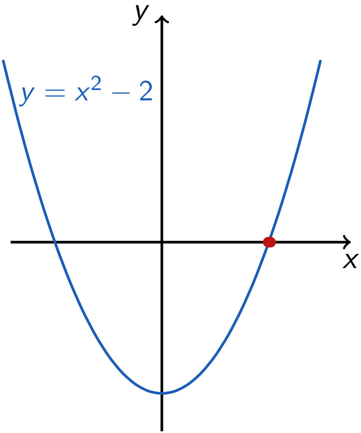
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5
5	1.375	1.5
6	1.375	1.4375



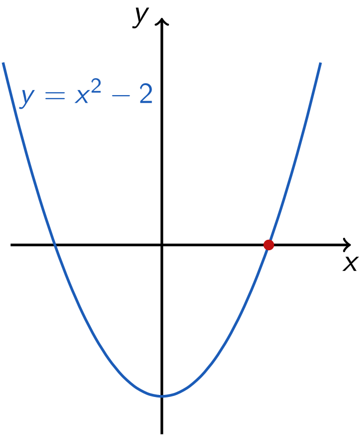
Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5
5	1.375	1.5
6	1.375	1.4375
7	1.40625	1.4375



Exempel 3.2.8:

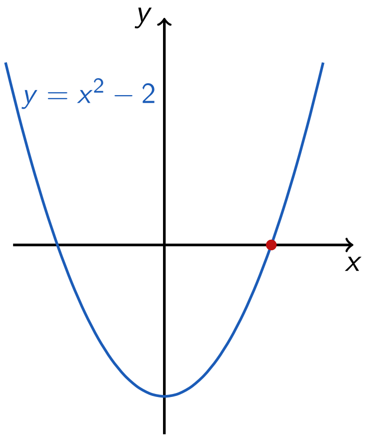
i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5
5	1.375	1.5
6	1.375	1.4375
7	1.40625	1.4375
	$\vdots$	
22	1.414213	1.414214



Exempel 3.2.8:

i	v_i	h_i
1	0	2
2	1	2
3	1	1.5
4	1.25	1.5
5	1.375	1.5
6	1.375	1.4375
7	1.40625	1.4375
	⋮	
22	1.414213	1.414214

$$\sqrt{2} \approx 1.41421356237$$



När fungerar intervallhalvering?

– på tavlan