Anmärkningar på cirkel-häftet

May 3, 2023

1 Introduction

Här anmärker vi på de fel som vi hittat i häftet under kursens gång.

1.1 Övning 1.3 (iii)

Här är $B = \{\emptyset\} = A$ alltså är $A \cap B = A \neq \emptyset$. Mängderna är **inte** disjunkta.

1.2 Övning 1.19

Antag att $c \geq 0$, därmed också a och b.

1.3 Kapitel 2, sida 26

Det ska stå 'öppet klot', inte öppen sfär i andra stycket.

1.4 Definition 3.33 och hjälpsats 3.3.4.

En differentialekvation på formen

$$y'(x) + g(x)y(x) = 0$$

kallas för en första ordningens ordinär och **homogen** differentialekvation.

1.5 Exempel 3.4.8

En liten detalj. Vi bör skriva att

$$\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + C$$

för alla x där y är definerad. Inte alla $x \in \mathbb{R}$.

1.6 Övningsuppgift 3.3

Den primitiva funktionen till arcsin är $x \cdot \text{arcsin(x)} + \sqrt{1 - x^2}$

1.7 Definition 6.3.2.

Det ska stå $B = (X, Y)$ eftersom vår y-axeln 'pekar nedåt'.

1.8 Definition 6.3.3.

Felaktig olikhet i motivationen för varför integralen inte blir oändlig. Nya versioenn lyder:
Idéen för beviset är att när vi har $\lim_{x\to 0^+} \frac{dy}{dx}(0) > 0$ kan vi för små värden på x kan skriva $c \le y'(x)$ för något positivt tal c. Därmed får vi att $1 \le (y'(x)/c)^2$ och

$$\int_0^x \sqrt{\frac{1+y'(u)^2}{y(u)}}du \le \int_0^x \sqrt{\frac{(1+1/c^2)y'(u)^2}{y(u)}}du \le \sqrt{(1+1/c^2)}\int_0^x \frac{y'(u)}{\sqrt{y(u)}}du =$$

$$=2\sqrt{(1+1/c^2)}\int_0^x \frac{d\sqrt{y(u)}}{du}du = 2\sqrt{(1+1/c^2)}\sqrt{y(x)} < \infty.$$

1.9 Exempel 7.2.1.

Exemplet var fel innan och att det är ändrat i den nuvarande versionen på kurssidan.

1.10 Inledingen till kapitel 8

Eftersom vi ska vara konsekventa med att vår y-axel pekar nedåt bör vi skriva

$$s(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(x(t)) \end{bmatrix}.$$

1.11 Hjälpsats 8.1.1.

Det bör stå

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) = 0$$

i formuleringen, eftersom det är en partiell derivata.

1.12 Hjälpsats 8.1.4.

Det är ett fel i beviset. Det bör stå

$$F(y) = \int_{k^2}^{y} \sqrt{\frac{s}{k^2 - s}}ds$$

Denna integral är ändlig eftersom $y(x) \le k^2$ och då har vi

$$|F(y)| \le \int_y^{k^2} \sqrt{\frac{k^2}{k^2-s}}ds = |k|\int_y^{k^2} \frac{1}{\sqrt{k^2-s}}ds = |k|\cdot\left[-2\sqrt{k^2-s}\right]_y^{k^2} = 2|k|\sqrt{k^2-y}$$

så att vi får

$$F(y(x)) = x$$